

Rayleigh-Benard Konvektion in Wasser im Bereich der Dichteanomalie*

G. P. Merker, Karlsruhe und J. Straub, München

Rayleigh-Benard Convection in Water with Maximum Density Effects

Abstract. Maximum density effects on the heat transfer through a horizontal water layer cooled from below with 0 °C have been experimentally studied. After onset of convection two different regions are observed, a convection layer between the lower cold wall and the 4 °C – isotherm and a superimposed conduction layer. The temperature of the interface between the convection and conduction layer increases with time and approaches asymptotically 8 °C. The relative height of the convection layer which increases with time also approaches a constant value for the case that the temperature of the upper boundary is kept constant. Using the height of the convection layer as the characteristic length scale the measured data follow very closely the empirical relation $Nu_h = 0.073 Ra_h^{0.3}$. The exponent in this relation is identical with that for fluids without maximum density but the Nusselt-number is about 22% lower.

Zusammenfassung. Der Einfluß der Dichteanomalie auf den Wärmetransport in einer von unten mit 0 °C gekühlten horizontalen Wasserschicht wurde experimentell untersucht. Nach dem Einsetzen der Konvektion sind zwei Bereiche vorhanden, eine Konvektionsschicht zwischen der Kühlplatte und der 4 °C-Isothermen und eine darüberliegende Schicht, in der reine Wärmeleitung herrscht. Die Temperatur der Bereichsgrenze zwischen Konvektions- und Wärmeleitungsschicht steigt mit der Zeit asymptotisch bis auf 8 °C an. Die relative Höhe der Konvektionsschicht, die ebenfalls mit der Zeit ansteigt, nähert sich einem konstanten Wert für den Fall, daß die Temperatur der Wasseroberseite konstant gehalten wird. Mit der Höhe der Konvektionsschicht als der charakteristischen Länge lassen sich die Meßwerte sehr gut durch die empirische Beziehung $Nu_h = 0,073 Ra_h^{0,3}$ wiedergeben. Der Exponent in dieser Beziehung ist identisch mit dem für normale Fluide, die resultierende Nußelt-Zahl ist dagegen um etwa 22% kleiner.

Bezeichnungen

a	Temperaturleitfähigkeit
$b = \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}$	Wärmeeindringkoeffizient
c	spezifische Wärmekapazität
H	Gesamthöhe der Wasserschicht
h	Höhe der Konvektionsschicht
N	Zahl der Konvektionszellen pro m^2

$Nu_h = \frac{\alpha h}{\lambda}$	Nußelt-Zahl, auf h bezogen
$Nu_H = \frac{\alpha H}{\lambda}$	Nußelt-Zahl, auf H bezogen
q	Wärmestromdichte
$Ra = \frac{g h^3}{\alpha \nu} \beta (\vartheta_2 - \vartheta_1)$	Rayleigh-Zahl
t	Zeit
z	Höhenkoordinate
α	Wärmeübergangskoeffizient
β	isobarer Volumenausdehnungskoeffizient
ϑ	Temperatur in °C
λ	Wärmeleitfähigkeit
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte

Indizes

h	auf die Höhe h der Konvektionsschicht bezogen
H	auf die Gesamthöhe H bezogen
i	Grenze zwischen Konvektions- und Wärmeleitungsbereich, bei der Höhe $z = h$
0	Anfangstemperatur zum Zeitpunkt $t = 0$
1	Kühlplatte, $z = 0$
2	Heizplatte, $z = H$
α	Konvektion
λ	Wärmeleitung

1 Einleitung

Das Einsetzen und die Ausbildung der Konvektion in einer von unten beheizten Fluidschicht, das sog. Rayleigh-Benard Problem, ist sowohl experimentell als theoretisch häufig untersucht worden, ist aber nach wie vor im Hinblick auf das Verständnis der Konvektion in Sternen von Seiten der Astrophysik als auch im Rahmen der Turbulenzforschung von Seiten der Strömungsmechanik und der Wärmeübertragung aktuell. Eine Zusammenfas-

* Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Grigull zum 70. Geburtstag gewidmet

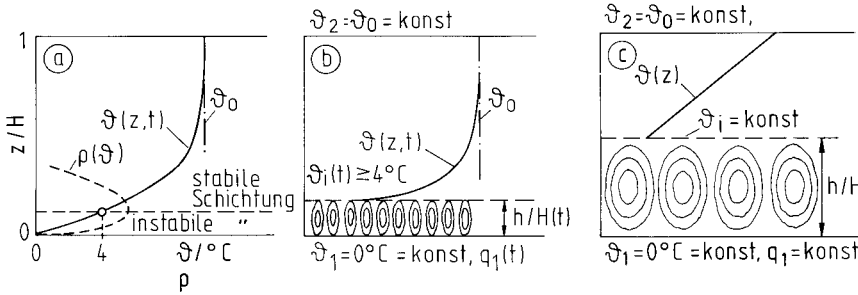


Bild 1 a-c. Temperaturprofile bei der Kühlung einer Wasserschicht von unten. **a** Reine Wärmeleitung, - - - - Dichteprofil, **b** instationäre Konvektion, **c** stationäre Konvektion

sung der Ergebnisse haben Chandrasekhar [1] und in neuerer Zeit Koschmieder [2] und Joseph [3] gegeben.

Im Gegensatz zum klassischen Fall der Beheizung eines normalen Fluids bildet sich bei der Kühlung einer Wasserschicht von unten bei Temperaturen unterhalb von 4 °C infolge der Dichteanomalie (Dichtemaximum bei etwa 4 °C) über der Kühlplatte eine instabile Dichteschichtung aus, in der nach einer bestimmten, sog. kritischen Zeit, Konvektion einsetzt, Merker [4]. Mit dem Einsetzen der Konvektion entstehen zwei Bereiche, eine Konvektionsschicht, die sich zunächst von der Kühlplatte bis zur 4 °C-Isotherme erstreckt und eine ruhende Schicht oberhalb der 4 °C-Isotherme, in der Wärme ausschließlich durch Leitung transportiert wird. Für die weitere Betrachtung werden zwei Fälle unterschieden, der zeitabhängige und der stationäre Fall.

Ist die Anfangstemperatur der Wasserschicht wesentlich größer als 4 °C (z. B. 20 °C), so wird die Höhe der entstehenden Konvektionsschicht klein im Vergleich zur gesamten Höhe H der Wasserschicht sein (Bild 1 a, b). Die Wassertemperatur nahe der oberen Begrenzung wird sich zunächst nicht merklich ändern. Die Wärmeleitung und die daraus resultierende Temperaturverteilung in der ruhenden Schicht können für kleine Zeiten näherungsweise mit dem Modell des halbumendlichen Körpers berechnet werden, Grigull [5]. Sowohl die Konvektionshöhe h als auch die Temperatur der Grenze zwischen Konvektions- und Leitungsbereich nehmen mit der Zeit zu. Wird durch entsprechende Gegenheizung die Temperatur der oberen Begrenzung konstant gehalten, so bildet sich allmählich ein stationärer Zustand aus (Bild 1 c).

Die unterschiedlichen Dichte- und Temperaturprofile, die sich bei der Heizung eines normalen Fluids und bei der Kühlung von Wasser von unten ausbilden, sind in Bild 2 dargestellt. Bei der Beheizung eines normalen Fluids von unten ist die resultierende Dichteschichtung über die gesamte Höhe instabil, Bild 2a. Wird dagegen eine Wasserschicht der Anfangstemperatur $\vartheta_0 > 4$ °C mit Wandtemperaturen $\vartheta_1 < 4$ °C von unten gekühlt, so ist nur die Dichteschichtung zwischen der Kühlplatte und der 4 °C-Isothermen instabil, Bild 2b. Des Weiteren sind die beiden Dichteprofile nicht ähnlich. Während die Dichte für den Fall des normalen Fluids mit der Höhe

kontinuierlich zunimmt, nimmt die Dichte bei Wasser oberhalb der 4 °C-Isothermen wieder ab. Anhand dieser Überlegungen wird z. B. deutlich, daß für den Fall der Kühlung von Wasser die gesamte Höhe der Wasserschicht nicht die charakteristische Länge zur Beschreibung der Konvektion sein kann. Ferner ist auch die Dichtedifferenz über der Höhe h der Konvektionsschicht nicht charakteristisch, da die Dichte innerhalb der Konvektionsschicht ein Maximum aufweist.

Während theoretische Ansätze zur Berechnung des Einsetzens der Konvektion in von unten gekühlten Wasserschichten in [4] ausführlich diskutiert sind, wird im folgenden über experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung der zeitabhängigen und der stationären Konvektion und über den dabei auftretenden Wärmetransport berichtet.

2 Versuchsanlage

Als Versuchsbehälter diente ein zylindrischer doppelwandiger Plexiglasbehälter mit 450 mm Innendurchmesser, der bis zu einer Höhe von 400 mm mit Wasser gefüllt

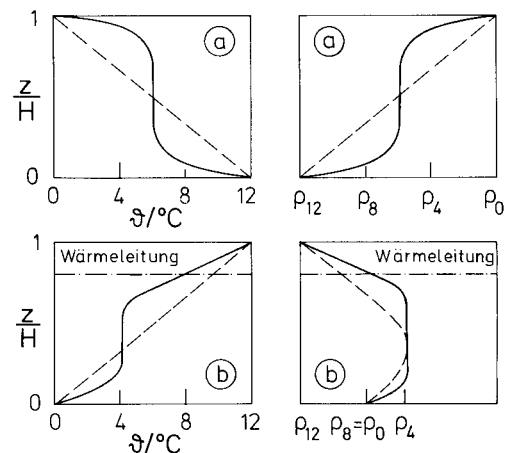


Bild 2 a und b. Temperatur- und Dichteprofile in einer horizontalen Fluidschicht für den Fall der **a** Heizung eines normalen Fluids, - - - - vor und — nach dem Einsetzen der Konvektion, **b** Kühlung von Wasser mit $\vartheta_1 = 0$ °C, - - - - vor und — nach dem Einsetzen der Konvektion

werden konnte. Die Kühlplatte aus Aluminium enthielt eine als Doppelspirale ausgebildete Kühlschlange mit einem freien Strömungsquerschnitt von 8×8 mm. Bei allen Versuchen war die Kühlplattentemperatur konstant 0°C . Die Heizplatte auf der Wasserschichtoberseite war identisch zur Kühlplatte.

Das Temperaturprofil über die Höhe der gesamten Wasserschicht wurde mit einem über die Höhe kontinuierlich verfahrenbaren Ni-CrNi-Thermoelement gemessen. Die Struktur der resultierenden Konvektion wurde sowohl durch Zugabe von Tinte als auch mit pH-Indikatoren sichtbar gemacht (Merzkirch [6]).

3 Versuchsergebnisse

3.1 Instationärer Fall

Das gemessene Temperaturprofil zu verschiedenen Zeiten ist in Bild 3 dargestellt, wobei links der strichpunktierten Linie Wärme durch Konvektion und rechts durch Leitung übertragen wird. Diese Linie kennzeichnet die Grenze zwischen diesen beiden Bereichen, wobei sowohl die Höhe dieser Grenze wie auch deren Temperatur mit der Zeit ansteigen. Nach etwa 8 Std. Versuchszeit beträgt die Temperatur der Konvektionsgrenze etwa $7,6^\circ\text{C}$. Aufgrund der Symmetrie des Dichteprofiles zur 4°C -Isothermen liegt die Vermutung nahe, daß bei Kühlung mit 0°C die Temperatur der Konvektionsgrenze bis auf maximal 8°C ansteigen kann. Unter dieser Voraussetzung gilt für die Temperatur der Konvektionsgrenze allgemein

$$\vartheta_i = 2\vartheta^* - \vartheta_1, \quad (1)$$

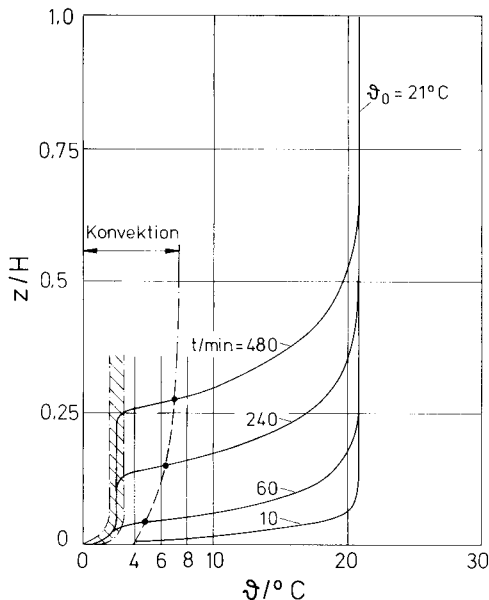


Bild 3. Intationärer Fall: Zeitliche Entwicklung des Temperaturprofils

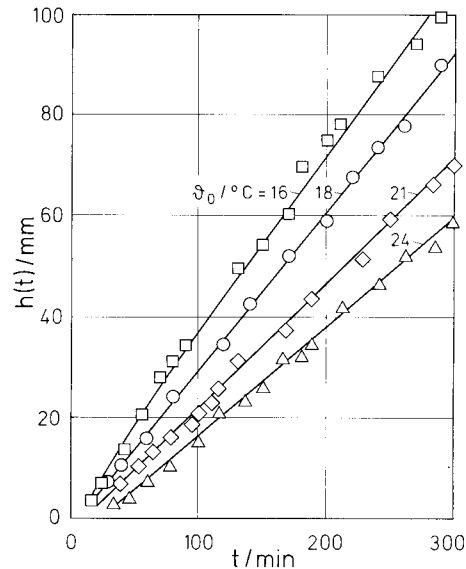


Bild 4. Instationärer Fall: Höhe der Konvektionsschicht $h(t)$ als Funktion der Zeit t für verschiedene Anfangstemperaturen

wobei $\vartheta^* = 4^\circ\text{C}$, die Temperatur des Dichtemaximums ist. Bei Kühlung mit $\vartheta_1 = 4^\circ\text{C}$ wäre die resultierende Dichteschichtung demnach gerade stabil, es wird keine Konvektion auftreten.

Bild 4 zeigt die Zunahme der Höhe der Konvektionsschicht für verschiedene Anfangstemperaturen mit der Zeit, die nach einer bestimmten Anlaufzeit etwa linear mit der Zeit zunimmt. Würde keine Konvektion in der Wasserschicht auftreten, so wäre der Abkühlvorgang allein durch Wärmeleitung kontrolliert. Mit der Lösung für die Temperaturverteilung für kleine Zeiten (halbunendlicher Körper) erhält man für die Wärmestromdichte an der Kühlplatte

$$q_\lambda(t) = -\lambda \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{b(\vartheta_0 - \vartheta_1)}{\sqrt{\pi t}}. \quad (2)$$

Die Wärmestromdichte q durch Konvektion wurde aus den gemessenen Temperaturprofilen $\vartheta(z)$ (Bild 3) ermittelt. Die zeitliche Änderung der Enthalpie in der Wasserschicht ist dabei gleich der an der Kühlplatte abgeführten Wärme

$$q_x(t) = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{z=0}^{z=H} \rho c \vartheta dz \right\}. \quad (3)$$

Gegenüber dem bei der Messung des Temperaturprofils auftretenden Fehler kann die Temperaturabhängigkeit der Dichte und der spezifischen Wärme vernachlässigt werden. Die Wärmestromdichte ist damit die Differenz der Flächen unter den Temperaturprofilen $\vartheta(z)$ zu zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten t' und t'' ,

$$q_x(t) = \frac{\rho c}{t'' - t'} \left\{ \int_{z=0}^{z=H} [\vartheta(z, t'') - \vartheta(z, t')] dz \right\}. \quad (4)$$

Das Verhältnis der beiden Wärmestromdichten, Konvektion zu instationärer Wärmeleitung q_x/q_λ über die Zeit,

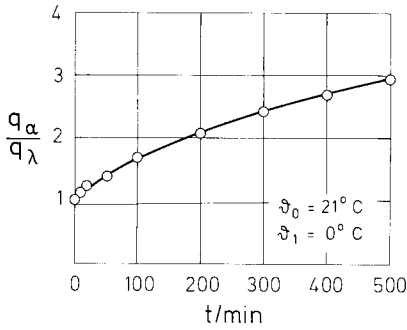


Bild 5. Instationärer Fall: Verhältnis der gemessenen Wärmestromdichte – zu der für reine Wärmeleitung berechneten – als Funktion der Zeit

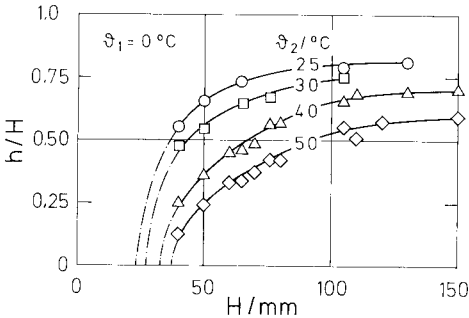


Bild 6. Stationärer Fall: Relative Höhe h/H der Konvektionsschicht als Funktion der Gesamthöhe H für verschiedene Temperaturen ϑ_2 der Heizplatte

zeigt Bild 5. Nach 500 min ist der übertragende Wärmestrom etwa dreimal so groß wie der durch reine Leitung in einer stabilen Fluidschicht gleicher Schichtdicke.

3.2 Stationärer Fall

Wird die Temperatur auf der Oberseite der Wasserschicht durch entsprechendes Beheizen konstant gehalten, so geht die zeitabhängige Konvektion allmählich in eine stationäre über, d. h. die Wärmestromdichte q_x und die Konvektionshöhe h erreichen zeitlich konstante Werte (Bild 1). Die sich im stationären Fall einstellende relative Höhe h/H der Konvektionsschicht für verschiedene Heizplattentemperaturen ϑ_2 in Abhängigkeit der Gesamthöhe H zeigt Bild 6. Es deutet sich an, daß für große Gesamthöhen H die relative Konvektionshöhe h/H unabhängig von H wird. Bei sehr kleinen Gesamthöhen geht die Höhe der Konvektionsschicht gegen Null. Nach [9] liegt die kritische Rayleigh-Zahl, bei der in einer mit der Temperatur 0°C von unten gekühlten Wasserschicht Konvektion einsetzt, bei etwa 10^7 . Damit lassen sich die Meßwerte in Bild 7 in der angedeuteten Weise bis auf den Wert $h/H = 0$ extrapolieren.

Im stationären Fall ist die von der Heizplatte an die Wasserschicht durch Wärmeleitung abgeführte Wärmestromdichte

$$q_2 = \lambda \frac{\vartheta_2 - \vartheta_i}{H - h}, \quad (5)$$

gleich der durch Konvektion der Kühlplatte zugeführten,

$$q_1 = \alpha_h (\vartheta_i - \vartheta_1). \quad (6a)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient α_h bezieht sich auf die Höhe der Konvektionsschicht, die sich so einstellt, daß die Bedingung $q_1 = q_2$ erfüllt ist.

Für die technische Anwendung ist es zweckmäßig, einen Wärmeübergangskoeffizienten α_H mit der Gesamthöhe der Wasserschicht zu definieren,

$$q_1 = \alpha_H (\vartheta_2 - \vartheta_1), \quad (6b)$$

da diese im Gegensatz zur Konvektionshöhe bekannt ist. Bezogen auf den Wärmetransport durch reine Wärmeleitung von der Heiz- zur Kühlplatte

$$q_H = \lambda \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{H} \quad (7)$$

erhält man mit Gln. (5), (6) und (7) eine modifizierte Nußelt-Zahl

$$\text{Nu}_H \equiv \frac{q_1}{q_H} = \frac{\alpha_H H}{\lambda} = \frac{1}{1 - \frac{h}{H}} \frac{\vartheta_2 - \vartheta_i}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \quad (8)$$

deren Verlauf in Bild 7 als Funktion der Gesamthöhe H für verschiedene Heizplattentemperaturen ϑ_2 dargestellt ist. Die modifizierte Nußelt-Zahl Nu_H ist damit bei vorgegebener Gesamthöhe H , gegebener Heiz- und Kühlplattentemperatur ϑ_2 und ϑ_1 lediglich von der Konvektionshöhe h abhängig, da die Temperatur ϑ_i an der Konvektionsgrenze aus Gl. (1) ermittelt werden kann. Die Nußelt-Zahl Nu_H stellt unmittelbar die durch die Konvektion infolge der Dichteanomalie gegenüber der reinen Wärmeleitung vergrößerte Wärmestromdichte dar.

Im untersuchten Bereich nimmt die Nußelt-Zahl nahezu linear mit der Gesamthöhe H und umgekehrt proportional zur Heizplattentemperatur ϑ_2 zu. Da, wie oben erläutert, in entsprechend flachen Wasserschichten überhaupt keine Konvektion auftritt, lassen sich die gemessene

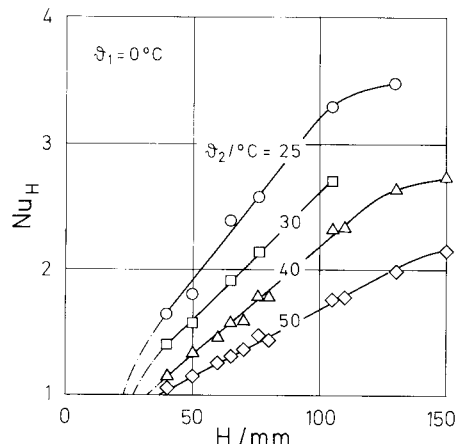


Bild 7. Stationärer Fall: Modifizierte Nußelt-Zahl Nu_H als Funktion der Gesamthöhe für verschiedene Heizplattentemperaturen ϑ_2

nen Nu_{Belt}-Zahlen in Bild 7 in Übereinstimmung mit Bild 6 auf den Wert Nu_H = 1 näherungsweise extrapolieren. Das Abbiegen der gemessenen Nu_{Belt}-Zahlen bei Wasserhöhen größer als etwa 100 mm, ist vermutlich auf den mit zunehmender Gesamthöhe größer werdenden Einfluß der seitlichen Begrenzung (Behälterwand) zurückzuführen.

Die mit Gl. (5), mit den bei verschiedenen Gesamthöhen *H* und Anfangstemperaturen ϑ_2 gemessenen Konvektionshöhen *h*, berechneten Wärmestromdichten *q*₁ sind in Bild 8 in Abhängigkeit der Konvektionshöhe *h* dargestellt. Die Wärmestromdichte ist demnach unabhängig von der Heizplattentemperatur ϑ_2 . Dieses zunächst etwas überraschende Ergebnis ist jedoch naheliegend, da die Temperatur an der oberen Begrenzung der Konvektionsschicht Gl. (1) bei allen stationären Versuchen konstant und gleich 8 °C war.

Die Darstellung in Bild 7 mit Nu_H über *H* ist insofern etwas unbefriedigend, als Konvektion nur im Bereich 0 < *z* < *h* auftritt, die Nu_{Belt}-Zahl Nu_H aber mit der Gesamthöhe *H* der Wasserschicht gebildet ist. Eine physikalisch sinnvollere Darstellung für die Nu_{Belt}-Zahl erhält man, wenn die Höhe *h* der Konvektionsschicht verwendet wird. Aus der Gleichung für den Wärmetransport durch Leitung von der Konvektionsgrenze zur Kühlplatte

$$q_h = \lambda \frac{\vartheta_i - \vartheta_1}{h}, \tag{9}$$

folgt mit Gl. (5) und (8) analog zu (8)

$$Nu_h = \frac{q_1}{q_h} = \frac{\alpha_h h}{\lambda} = \frac{h/H}{1 - h/H} \frac{\vartheta_2 - \vartheta_i}{\vartheta_2 - \vartheta_1}. \tag{10}$$

Die Nu_{Belt}-Zahl Nu_h ist damit eine Funktion der relativen Höhe *h*/*H* der Konvektionsschicht sowie der Kühl- und Heizplattentemperatur, ϑ_1 und ϑ_2 .

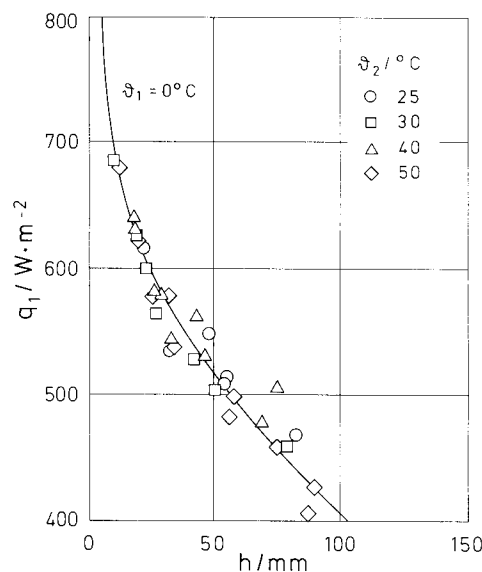


Bild 8. Stationärer Fall: Gemessene Wärmestromdichten *q*₁ in Abhängigkeit der Höhe der Konvektionsschicht für verschiedene Heizplattentemperaturen ϑ_2

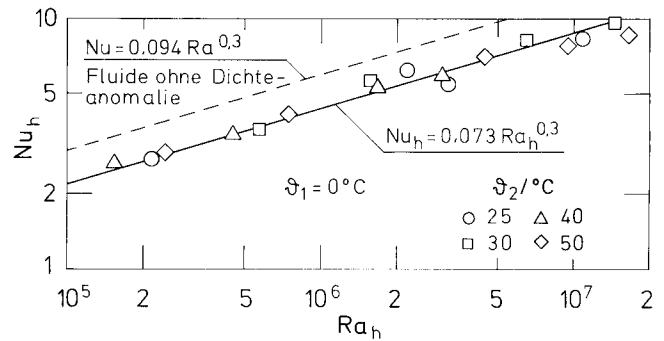


Bild 9. Stationärer Fall: Nu_{Belt}-Zahl Nu_h als Funktion der Rayleigh-Zahl Ra_h für verschiedene Heizplattentemperaturen ϑ_2

In Bild 9 ist die Abhängigkeit von Nu_h von der, ebenfalls mit der Höhe *h* gebildeten Rayleigh-Zahl

$$Ra_h \equiv \frac{g h^3}{\alpha \nu} \beta (\vartheta_i - \vartheta_1) \tag{11}$$

dargestellt.

Die Meßpunkte lassen sich durch die empirische Korrelation

$$Nu_h = 0,073 Ra_h^{0,3} \tag{12}$$

wiedergeben, wobei die mittlere Streuung etwa ± 15% beträgt.

Für Fluide ohne Dichteanomalie hat Silveston [7] aufgrund umfangreicher experimenteller Untersuchungen die Beziehung

$$Nu = 0,094 Ra_h^{0,3}$$

vorgeschlagen. Die durchgeführten Untersuchungen zeigen damit, daß sich Konvektionen in horizontalen Schichten für Fluide mit und ohne Dichteanomalie durch die gleiche empirische Potenzgleichung beschreiben läßt. Der völlig andere Verlauf des Dichteprofiles bei Wasser, siehe dazu Bild 2, führt lediglich auf eine anderen Zahlenwert für die Konstante bzw. auf eine daraus resultierende, um 22% kleinere Nu_{Belt}-Zahl.

3.3 Struktur der Konvektion

Die Konvektion setzt als hexagonale Zellularkonvektion ein. Im Bereich der zeitabhängigen Konvektion werden die Zellen mit zunehmender Höhe der Konvektionsschicht größer bzw. nimmt die Zahl der Zellen pro Flächeninhalt ab (Bild 10); die hexagonale Zellkonfiguration bleibt jedoch erhalten.

Das Auftreten von hexagonalen Zellen läßt darauf schließen, daß sich die Grenze zwischen Konvektions- und Leitungsbereich wie eine freie Oberfläche verhält [1]. Diese Tatsache könnte insbesondere für strömungsmechanische Untersuchungen von Interesse sein, da sich in dieser Grenzschicht im Gegensatz zu einer tatsächlichen freien Oberfläche durch Kontaminierung keine Fett- bzw. Schmutzschicht bilden kann.

Den Querschnitt einer durch Zugabe von Tinte sichtbar gemachten Zelle zeigt Bild 11. Über dem Abström-

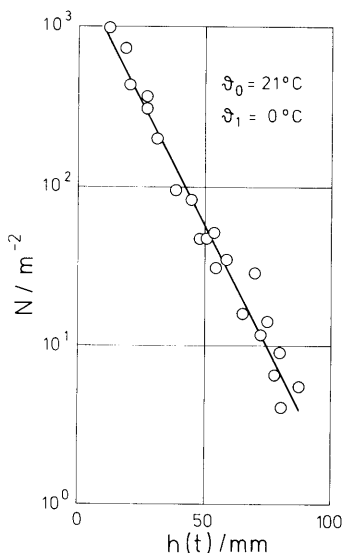
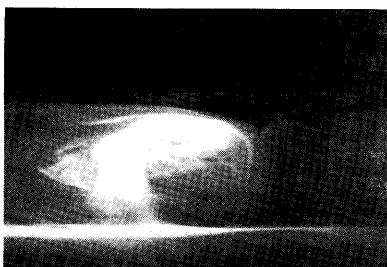


Bild 10. Gemessene Zahl der Konvektionszellen pro Flächeneinheit in Abhängigkeit der Höhe der Konvektionsschicht

gebiet der Hauptzelle bildet sich eine sehr flache Sekundärzelle aus. Die in Bild 11 erkennbare Zellkonfiguration wurde ohne Ausnahme bei allen Versuchen beobachtet. Die von Forbes u. a. [8] durch numerische Integration der Navier-Stokes-Gleichungen berechneten „Stockwerkszellen“ (mehrere Zellebenen übereinander) konnten damit experimentell nicht bestätigt werden.

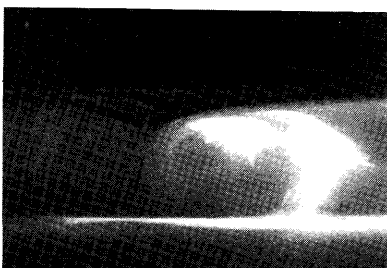
4 Schlußfolgerung

Im Gegensatz zum klassischen Bénard-Problem erstreckt sich die bei der Kühlung einer Wasserschicht von unten mit Temperaturen kleiner 4°C entstehende Konvektionsschicht nur über den unteren Teil der Wasserschicht.



--- ϑ_i

//// ϑ_1



--- ϑ_i

//// ϑ_1

Bild 11. Durch Zugabe von Tinte sichtbar gemachte Konfiguration der Zellularströmung

Wird die Oberseite der Wasserschicht auf konstanter Temperatur gehalten, so bildet sich mit der Zeit eine stationäre Konvektion. Bei den durchgeführten Untersuchungen war die Temperatur der Kühlplatte stets gleich 0°C . Die Temperatur an der Grenze zwischen Konvektions- und Leitungsbereich betrug nach Gl. (1) somit 8°C . Bei der Kühlung mit Temperaturen zwischen 0°C und 4°C liegt die Temperatur der Konvektionsgrenze zwischen 8°C und 4°C . Infolge der kleineren Temperaturdifferenz über die Konvektionshöhe h werden die resultierenden Nußelt-Zahlen ebenfalls kleiner werden. Bei der Kühlung mit Temperaturen unterhalb von 0°C wird über kurz oder lang Eisbildung an der Kühlplatte auftreten, was eine effektive Kühlplattentemperatur von 0°C zur Folge hat. Der Einfluß der Dichteanomalie wird somit bei der Kühlung mit 0°C am größten sein. Wie die Untersuchungen zeigen, nimmt dieser Einfluß mit steigender Gesamthöhe und sinkender Heizplattentemperatur zu. Bei einer Gesamthöhe von 100 mm und einer Heizplattentemperatur von 25°C ist die effektive Wärmestromdichte 3mal größer als bei reiner Wärmeleitung. Für Heizplattentemperaturen zwischen 8°C und 25°C kann der Einfluß der Konvektion näherungsweise aus Gl. (12) ermittelt werden, wenn die relative Höhe h/H der Konvektionsschicht an Hand von Bild 6 abgeschätzt wird.

Literatur

1. Chandrasekhar, S.: Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford: Clarendon Press 1961
2. Koschmieder, E. L.: Benard convection. Advances in Chem. Phys. 26 (1974) 177–212
3. Joseph, D. D.: Stability of fluid motion I and II. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1976
4. Merker, G. P.: Das Einsetzen der Konvektion in einer horizontalen Wasserschicht im Bereich der Dichteanomalie. VDI-Forschungsheft 598 (1980)
5. Grigull, U.; Sandner, H.: Wärmeleitung. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1979
6. Merzkirch, W.: Flow visualization. New York, London: Academic Press 1974
7. Silveston, P. L.: Wärmedurchgang in waagerechten Flüssigkeitsschichten. Forsch. Ing. Wes. 24 (1958) 59–69
8. Forbes, R. E.; Cooper, J. W.: Natural convection in a horizontal layer of water cooled from above to near freezing. J. Heat Transfer. 97 (1975) 47–53
9. Merker, G. P.; Waas, P.; Straub, J.; Grigull, U.: Einsetzen der Konvektion in einer von unten gekühlten Wasserschicht bei Temperaturen unter 4°C . Wärme- und Stoffübertragung 9 (1976) 99–110

Prof. Dr.-Ing. habil. G. P. Merker
Institut für Technische Thermodynamik
und Kältetechnik
Universität Karlsruhe
Postfach 63 80
D-7500 Karlsruhe 1

Prof. Dr.-Ing. habil. J. Straub
Lehrstuhl A für Thermodynamik
Technische Universität München
Postfach 24 20 24
D-8000 München 2

Eingegangen am 21. September 1981